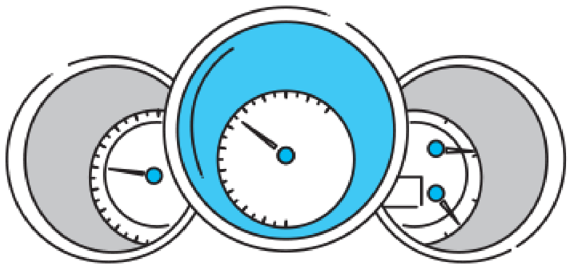
فصل ۸

حرکت بر خط راست

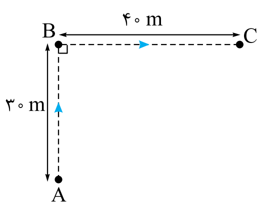


بخش	تعداد تست	از شماره	تا شماره
بخش ۱: شناخت حرکت روی خط راست	۱۶۶	۱۶۰۴	۱۷۶۹
بخش ۲: حرکت بـا سرعت ثابت	۴۱	۱۷۷۰	۱۸۱۰
بخش ۳: حرکت با شتاب ثابت روی خط راست	۱۳۲	۱۸۱۱	۱۹۴۲
به سوی ۱۰۰	۱۷	۱۹۴۳	۱۹۵۹
کل فصل	۳۵۶		

بخش ۱ شناخت حرکت روی خط راست

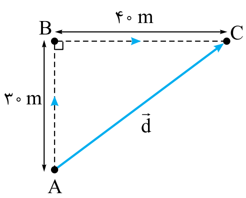
درس ۱ مسافت و جابه‌جایی

مسافت



به طول مسیری که یک متحرک طی می‌کند، مسافت پیموده‌شده یا به طور خلاصه **مسافت** می‌گوییم و آن را با حرف ℓ نشان می‌دهیم. مثلاً در شکل روبه‌رو که مسیر حرکت متحرکی با خط‌چین مشخص شده است، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک برابر است با مجموع طول دو پاره‌خط AB و BC. یعنی داریم: $\ell = \overline{AB} + \overline{BC} = ۳۰ + ۴۰ = ۷۰\ m$:مسافت پیموده‌شده

جابه‌جایی



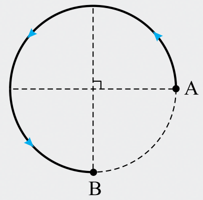
به پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی یا به طور خلاصه **جابه‌جایی** می‌گوییم و آن را با $\vec{d}$ نشان می‌دهیم. مثلاً در شکل روبه‌رو جابه‌جایی، برداری است که نقطهٔ A را به نقطهٔ C وصل می‌کند.

اندازهٔ جابه‌جایی برابر با طول بردار جابه‌جایی یا طول پاره‌خطی است که مکان آغازین و پایانی را به هم وصل می‌کند.

اندازهٔ جابه‌جایی را با حرف d نشان می‌دهیم.

در شکل بالا اندازهٔ جابه‌جایی متحرک را به کمک قضیهٔ فیثاغورس می‌توانیم حساب کنیم: $d = \sqrt{(\overline{AB})^۲ + (\overline{BC})^۲} = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰\ m$

تست در شکل زیر متحرکی روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع ۶ m، در جهت نشان داده شده از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک به ترتیب چند متر است؟

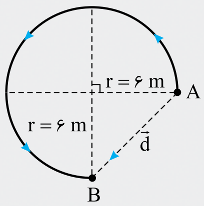


۱) $۱۲\sqrt{۲}$، ۳π

۲) $۱۲\sqrt{۲}$، ۹π

۳) $۶\sqrt{۲}$، ۳π

۴) $۶\sqrt{۲}$، ۹π

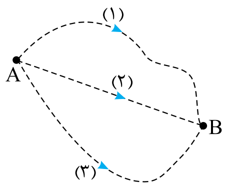


پاسخ گزینهٔ «۴» | گام اول | مسافت طی‌شده توسط متحرک، یعنی طول منحنی نشان داده شده در شکل روبه‌رو برابر است با $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره‌ای به شعاع ۶ m؛ بنابراین داریم: $\ell = \frac{۳}{۴} \times (\text{محیط دایره}) = \frac{۳}{۴} \times ۲\pi r = \frac{۳}{۴} \times ۲\pi \times ۶ = ۹\pi \text{ m}$

گام دوم | اندازهٔ جابه‌جایی متحرک (یعنی d) با طول پاره‌خطی که دو نقطهٔ A و B را به هم وصل می‌کند برابر است. پس داریم: $d = \sqrt{r^۲ + r^۲} = \sqrt{۶^۲ + ۶^۲} = ۶\sqrt{۲} \text{ m}$

تفاوت جابه‌جایی و مسافت طی‌شده | هر دو کمیت جابه‌جایی و مسافت از جنس طول هستند و یکای هر دو در SI متر (m) است. اما تفاوت‌های زیادی با هم دارند.

۱ جابه‌جایی کمیتی برداری است، اما مسافت نرده‌ای است.



۲ مسافت به مسیر حرکت بستگی دارد اما جابه‌جایی خیر. به عنوان مثال اگر در شکل روبه‌رو چند متحرک از مسیرهای مختلف از نقطهٔ A به نقطهٔ B بروند، مسافت طی‌شده توسط آن‌ها متفاوت است، اما جابه‌جایی‌شان یکسان است. جابه‌جایی متحرک فقط به نقطهٔ آغازین و نقطهٔ پایانی مسیر حرکت وابسته است. $\ell_۱ \neq \ell_۲ \neq \ell_۳$

$\vec{d}_۱ = \vec{d}_۲ = \vec{d}_۳ = \overrightarrow{AB}$

۳ اندازهٔ جابه‌جایی متحرک همواره کم‌تر یا مساوی مسافت طی‌شده توسط آن است. یعنی: $d \le \ell$

نکته | اندازهٔ جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده توسط آن به شرطی برابر است که:

اولاً: مسیر حرکت خط راست باشد. ثانیاً: جهت حرکت متحرک تغییر نکند.

به عبارتی متحرک باید در مسیر مستقیم و در یک جهت حرکت کند.

درس ۲ سرعت متوسط و تندی متوسط

اگر جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرکی در مدت‌زمان Δt، به ترتیب $\vec{d}$ و ℓ باشد، سرعت متوسط ($\vec{v}_{av}$) و تندی متوسط (s_{av}) متحرک در این بازهٔ زمانی، به این صورت تعریف می‌شود:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان جابه‌جایی}}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان جابه‌جایی}}$$

یکای هر دو کمیت سرعت متوسط و تندی متوسط در SI متر بر ثانیه (m / s) است.

تفاوت سرعت متوسط و تندی متوسط | با توجه به تعریف این دو کمیت، تفاوتشان شبیه تفاوت جابه‌جایی و مسافت است. یعنی:

۱ سرعت متوسط جهت دارد و کمیتی برداری است اما تندی متوسط یک کمیت نرده‌ای است.

۲ تندی متوسط به مسیر حرکت وابسته است، اما سرعت متوسط خیر. سرعت متوسط تنها به مکان آغازین و پایانی متحرک بستگی دارد.

۳ در یک جابه‌جایی معین، اندازهٔ سرعت متوسط کم‌تر یا مساوی تندی متوسط است.

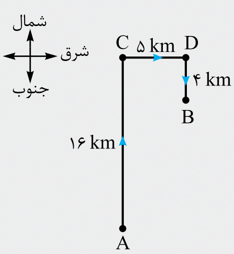
نکته ۱ | اندازهٔ سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن به شرطی برابر است که متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت در حال حرکت باشد.

۲ سرعت متوسط و تندی متوسط علاوه بر متر بر ثانیه (m / s) یکای رایج دیگری به نام کیلومتر بر ساعت (km / h) هم دارند، به طوری که:

$۱ \text{ m/s} = ۳/۶ \text{ km/h}$

تست | **خودرویی روی یک سطح افقی ابتدا ۱۶ km به طرف شمال، سپس ۵ km به طرف شرق و در نهایت ۴ km به سمت جنوب حرکت می‌کند. اگر تندی متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی ۵۰ km / h باشد، اندازهٔ سرعت متوسط آن در این بازه چند کیلومتر بر ساعت است؟**

۱) ۲۶ ۲) ۱۳ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

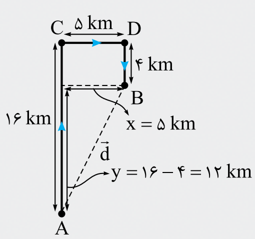


پاسخ گزینهٔ «۱» | گام اول | ابتدا مسیر حرکت خودرو را رسم کرده و مسافت طی‌شده توسط آن را حساب می‌کنیم:

$\ell = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB} = ۱۶ + ۵ + ۴ = ۲۵ \text{ km}$

گام دوم | حالا به کمک رابطهٔ تندی متوسط، زمان حرکت خودرو (یعنی Δt) را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۵۰ = \frac{۲۵}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۲} \text{ h}$$



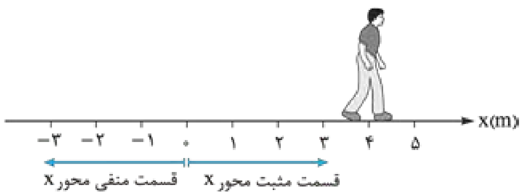
گام سوم | در شکل روبه‌رو با توجه به مقدار x و y اندازهٔ جابه‌جایی خودرو را تعیین می‌کنیم:

$$d = \sqrt{x^۲ + y^۲} = \sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲} = ۱۳ \text{ km}$$

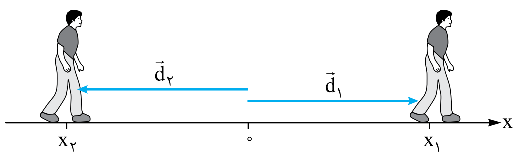
بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط خودرو برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۱۳}{\frac{۱}{۲}} = ۲۶ \text{ km/h}$$

درس ۳ معرفی حرکت روی خط راست



از این‌جا به بعد قرار است حرکت متحرکی را بررسی کنیم که در راستای یک خط راست، یعنی در مسیری مستقیم، حرکت می‌کند. برای این کار فرض می‌کنیم متحرک به شکل روبه‌رو روی محور x در حال حرکت است.

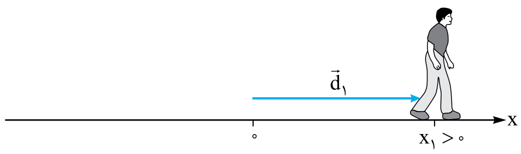


مبدأ مکان و بردار مکان به نقطهٔ $x = 0$ روی محور x **مبدأ مکان** می‌گوییم. بردار مکان برداری است که مبدأ مکان را در هر لحظه به مکان متحرک وصل می‌کند. به عنوان مثال در شکل روبه‌رو بردار مکان متحرک در لحظه‌هایی که در مکان $x = x_1$ و $x = x_2$ قرار دارد به ترتیب $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ است که برابرند با:

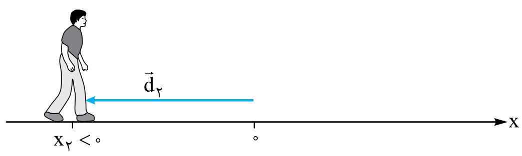
$$\vec{d}_1 = x_1\vec{i} = +۴\vec{i} \qquad \vec{d}_2 = x_2\vec{i} = -۴\vec{i}$$

نکته این‌که متحرک در قسمت مثبت محور x قرار دارد یا در قسمت منفی آن، جهت بردار مکان را مشخص می‌کند. یعنی:

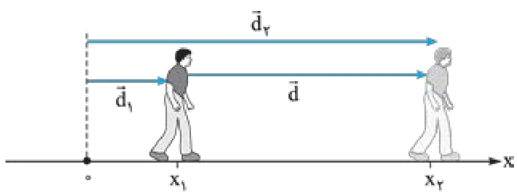
۱ اگر متحرک در قسمت مثبت محور x قرار داشته باشد، بردار مکان آن در جهت محور x است:



۲ اگر متحرک در قسمت منفی محور x قرار داشته باشد، بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است:



دقت کنید که جهت بردار مکان به جهت حرکت متحرک ربطی ندارد.

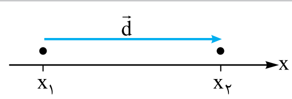
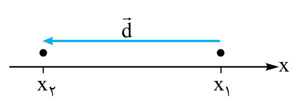


رابطهٔ جابه‌جایی با بردار مکان اگر در یک بازهٔ زمانی بردار مکان متحرک از $\vec{d}_1$ به $\vec{d}_2$ تغییر کند، جابه‌جایی متحرک $(\vec{d})$ در این بازهٔ زمانی برابر است با: $\boxed{\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1}$

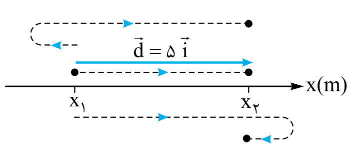
رابطهٔ بالا را می‌توانیم برحسب x_1 و x_2 بنویسیم. یعنی:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 \xrightarrow[\vec{d}_2 = x_2\vec{i}]{\vec{d}_1 = x_1\vec{i}} \vec{d} = x_2\vec{i} - x_1\vec{i} \Rightarrow \vec{d} = (x_2 - x_1)\vec{i} \xrightarrow{x_2 - x_1 = \Delta x} \boxed{\vec{d} = \Delta x\vec{i}}$$

معمولاً در رابطهٔ $\vec{d} = \Delta x\vec{i}$، بردار یکه $\vec{i}$ را قرار نمی‌دهیم و می‌نویسیم $d = \Delta x$. علامت Δx نشان‌دهندهٔ جهت جابه‌جایی متحرک است. جدول زیر را ببینید:

علامت Δx	جهت بردار جابه‌جایی $(\vec{d})$	شکل
مثبت	در جهت محور x	$x_2 > x_1$ 
منفی	در خلاف جهت محور x	$x_2 < x_1$ 

نکته بردار جابه‌جایی تنها وضعیت مکان آغازین و نهایی متحرک را نسبت به هم نشان می‌دهد و اطلاعاتی دربارهٔ مسیر حرکت نمی‌دهد. مثلاً اگر در یک حرکت جابه‌جایی، به صورت $\vec{d} = (۵\ \mathrm{m})\vec{i}$ باشد، مسیر حرکت متحرک به صورت هر یک از مسیرهای نشان داده شده در شکل روبه‌رو و یا مسیرهای دیگری می‌تواند باشد.



تست متحرکی که در راستای محور x در حال حرکت است، ابتدا از نقطهٔ A به نقطهٔ B، سپس از نقطهٔ B به نقطهٔ C می‌رود. جابه‌جایی متحرک در این دو مرحله به ترتیب $-۱۸\vec{i}$ و $۱۲\vec{i}$ است. اگر بردار مکان متحرک در نقطهٔ C به صورت $-۳\vec{i}$ باشد، بردار مکان متحرک در نقطه‌های A و B به ترتیب کدام است؟ (تمام کمیت‌ها برحسب یکای SI هستند.)

۱) $-۳\vec{i}$، $-۱۵\vec{i}$ ۲) $-۳\vec{i}$، $-۹\vec{i}$ ۳) $۳\vec{i}$، $-۱۵\vec{i}$ ۴) $۳\vec{i}$، $-۹\vec{i}$

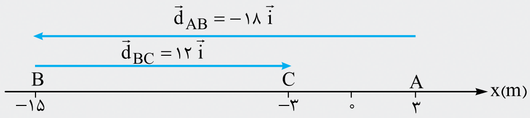
پاسخ گزینهٔ «۳» گام اول از نقطهٔ B تا C، جابه‌جایی متحرک $\vec{d}_{BC} = ۱۲\vec{i}$ است. پس داریم:

$$\vec{d}_{BC} = \vec{d}_C - \vec{d}_B \Rightarrow ۱۲\vec{i} = (-۳)\vec{i} - \vec{d}_B \Rightarrow \vec{d}_B = -۱۵\vec{i}$$

گام دوم حالا به سراغ مرحلهٔ اول حرکت می‌رویم. جابه‌جایی متحرک در این مرحله $\vec{d}_{AB} = -۱۸\vec{i}$ است. پس می‌نویسیم:

$$\vec{d}_{AB} = \vec{d}_B - \vec{d}_A \Rightarrow -۱۸\vec{i} = -۱۵\vec{i} - \vec{d}_A \Rightarrow \vec{d}_A = ۳\vec{i}$$

برای این‌که ماجرا را بهتر درک کنید، شکل مقابل را ببینید:



مبدأ زمان به لحظهٔ شروع بررسی حرکت یک متحرک، مبدأ زمان می‌گوییم. در واقع مبدأ زمان لحظه‌ای است که زمان‌سنج را به کار می‌اندازیم تا مکان متحرک را در لحظه‌های مختلف تعیین کنیم. از آن‌جایی که در این لحظه زمان‌سنج $t = ۰$ را نشان می‌دهد، لحظهٔ $t = ۰$ مبدأ زمان است.

چند اصطلاح مهم زمانی

در تست‌های این فصل، چند اصطلاح زمانی کاربرد زیادی دارد. این اصطلاح‌ها را در جدول زیر مرتب کرده‌ایم.

اصطلاح	معنی (تمام مقادیر برحسب ثانیه هستند.)	مثال
$t = k$	یعنی لحظه‌ای که زمان‌سنج مقدار k را نشان می‌دهد.	لحظهٔ $t = ۲\,s$ یعنی لحظه‌ای که زمان‌سنج ۲ s را نشان می‌دهد.
ثانیهٔ nاُم	یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = n - ۱$ تا $t_2 = n$	ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = ۳\,s$ تا $t_2 = ۴\,s$
m ثانیهٔ اول	یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_2 = m$	۸ ثانیهٔ اول یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_2 = ۸\,s$
m ثانیهٔ nاُم	یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = m(n-۱)$ تا $t_2 = mn$	۳ ثانیهٔ چهارم یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = ۹\,s$ تا $t_2 = ۱۲\,s$
شروع ثانیهٔ nاُم	یعنی لحظهٔ $t = n - ۱$	شروع ثانیهٔ ششم یعنی لحظهٔ $t = ۵\,s$
پایان ثانیهٔ nاُم	یعنی لحظهٔ $t = n$	پایان ثانیهٔ ششم یعنی لحظهٔ $t = ۶\,s$

معادلهٔ مکان ـ زمان

به معادله‌ای که مکان متحرک (x) را به صورت تابعی از زمان (t) نشان می‌دهد، معادلهٔ مکان ـ زمان یا معادلهٔ حرکت می‌گوییم. تابع‌های زیر همگی می‌توانند معادلهٔ حرکت متحرکی باشند که در راستای محور x حرکت می‌کند.

$x = t^۳ - t \qquad x = ۵\cos(۲۰t) \qquad x = ۵t^۲ - ۴t + ۱$

مکان اولیه به مکان متحرک در مبدأ زمان، یعنی در لحظهٔ $t = ۰$، مکان اولیهٔ متحرک می‌گوییم. مکان اولیه را با نماد $x_۰$ نشان می‌دهیم. با جای‌گذاری $t = ۰$ در معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک مکان اولیهٔ آن را می‌توانیم تعیین کنیم.

نکته با داشتن معادلهٔ مکان ـ زمان، برای تعیین لحظه‌هایی که متحرک روی مبدأ قرار دارد، در این معادله x را برابر صفر قرار می‌دهیم.

تست معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^۲ - ۲t - ۳$ است. به ترتیب از راست به چپ مکان اولیهٔ متحرک برحسب متر کدام است و متحرک چند مرتبه از مبدأ عبور می‌کند؟

۱) ۳، ۲   ۲) ۳، ۱   ۳) ۳-، ۲   ۴) ۳-، ۱

پاسخ گزینهٔ «۴» گام اول برای تعیین مکان اولیهٔ متحرک کافی است در معادلهٔ مکان ـ زمان، $t = ۰$ را جای‌گذاری کنیم:

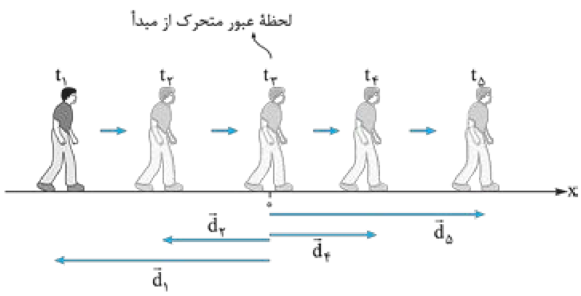
$$t = ۰ \Rightarrow x_۰ = (۰)^۲ - ۲\times(۰) - ۳ \Rightarrow x_۰ = -۳\,m$$

گام دوم حالا برای تعیین تعداد دفعات عبور متحرک از مبدأ داریم:

$$x = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow (t-۳)(t+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = -۱\,s & \text{غیر قابل قبول} \\ t = ۳\,s \end{cases}$$

متحرک در لحظهٔ $t = ۳\,s$ در مکان $x = ۰$ قرار گرفته است. از آن‌جایی که علامت x قبل و بعد از لحظهٔ $t = ۳\,s$ متفاوت است، متحرک قبل و بعد از این لحظه در دو طرف مبدأ قرار دارد. یعنی متحرک در لحظهٔ $t = ۳\,s$ از مبدأ عبور کرده است. دقت کنید که قرارگرفتن متحرک در مبدأ با عبور متحرک از مبدأ متفاوت است.

نکته همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، در لحظهٔ عبور متحرک از مبدأ، مکان متحرک برابر صفر و علامت مکان عوض می‌شود به عبارتی جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.

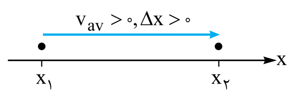
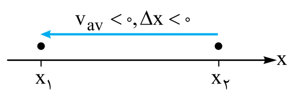


درس ۴ تندی متوسط و سرعت متوسط در حرکت روی خط راست

قبلاً با روابط محاسبهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط یک متحرک در حالت کلی آشنا شدیم. وقتی متحرک در راستای خط راست (یعنی محور x) حرکت می‌کند هم از همان روابط قبلی استفاده می‌کنیم. با این تفاوت که در این حالت، جابه‌جایی متحرک را با نماد Δx نشان می‌دهیم. بنابراین رابطه‌های سرعت متوسط و تندی متوسط به صورت روبه‌رو است:

تندی‌متوسط: $s_{av}=\dfrac{\ell}{\Delta t}$ ، سرعت‌متوسط: $v_{av}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

نکته طبق رابطهٔ $v_{av}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط و جابه‌جایی متحرک همواره هم‌جهت (هم‌علامت) هستند:

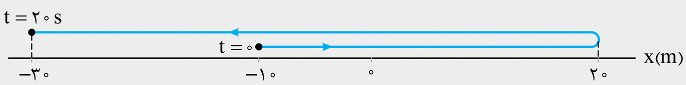
علامت (جهت) v_{av}	علامت (جهت) Δx	شکل
مثبت (در جهت محور x)	مثبت (در جهت محور x)	
منفی (در خلاف جهت محور x)	منفی (در خلاف جهت محور x)	

دقت کنید که سرعت متوسط اطلاعاتی دربارهٔ جزئیات مسیر حرکت به ما نمی‌دهد.

تست متحرکی روی محور x در لحظهٔ $t=۰$ از $x=-۱۰\,m$ عبور می‌کند. در لحظهٔ $t=۱۰\,s$ این متحرک به $x=۲۰\,m$ می‌رسد و در این لحظه جهت حرکتش عوض شده و در $t=۲۰\,s$ از $x=-۳۰\,m$ عبور می‌کند. اگر تنها یک بار جهت حرکت متحرک در این مدت عوض شده باشد، سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در ۲۰ ثانیهٔ نخست حرکتش بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

۱) $-۴\vec{i}$ ، ۴ ۲) $-\vec{i}$ ، ۳ ۳) $-۴\vec{i}$ ، ۳ ۴) $-\vec{i}$ ، ۴

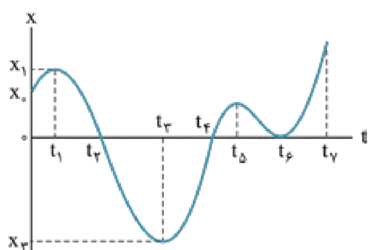
پاسخ گزینهٔ «۴» | **گام اول** | مسیر حرکت را رسم می‌کنیم:



گام دوم | با توجه به مسیر، سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{(-۳۰)-(-۱۰)}{۲۰}=-\vec{i}(m/s),\ s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{|۲۰-(-۱۰)|+|-۳۰-۲۰|}{۲۰}=۴\ m/s$$

درس ۵ نمودار مکان ـ زمان



نمودار مکان ـ زمان دربارهٔ حرکت متحرک اطلاعات زیادی به ما می‌دهد. این اطلاعات عبارت‌اند از: (نمودار شکل روبه‌رو به عنوان یک نمونه است و مثالی از هر مورد از این اطلاعات را در این نمودار خواهیم زد.)

۱ این نمودار مکان متحرک را در هر لحظه نشان می‌دهد. به عنوان مثال در نمودار بالا، در لحظهٔ $t_۱$ متحرک در مکان $x_۱$ قرار دارد.

۲ نقطهٔ برخورد نمودار با محور عمودی (محور x)، مکان اولیهٔ متحرک را مشخص می‌کند. در نمودار بالا مکان اولیهٔ متحرک $x_۰$ است.

۳ در بازه‌هایی که نمودار بالای محور افقی (محور t) قرار دارد، متحرک در مکان‌های مثبت ($x>۰$) و بردار مکان در جهت محور و در بازه‌هایی که نمودار پایین محور افقی قرار دارد، متحرک در مکان‌های منفی ($x<۰$) و بردار مکان خلاف جهت محور است. در نمودار صفحهٔ قبل متحرک در بازه‌های زمانی $(۰,t_۲)$، $(t_۴,t_۶)$ و $(t_۶,t_۷)$ در قسمت مثبت محور x و در بازهٔ $(t_۲,t_۴)$ در قسمت منفی محور x قرار دارد.

۴ در لحظه‌هایی که نمودار محور افقی را قطع می‌کند، متحرک به مبدأ رسیده و از آن عبور می‌کند. مثل لحظه‌های $t_۲$ و $t_۴$ در نمودار صفحهٔ قبل.

۵ در لحظه‌هایی که نمودار بر محور افقی مماس است، متحرک به مبدأ می‌رسد، ولی از آن عبور نمی‌کند. یعنی به مبدأ رسیده و بازمی‌گردد. مثل لحظهٔ $t_۶$ در نمودار صفحهٔ قبل. دقت کنید که در این نمودار در سه لحظهٔ $t_۲$، $t_۴$ و $t_۶$ مکان متحرک برابر صفر شده، اما تنها در دو لحظهٔ $t_۲$ و $t_۴$ متحرک از مبدأ عبور کرده است. در لحظهٔ $t_۶$ متحرک از قسمت مثبت محور x به مبدأ رسیده، اما وارد قسمت منفی محور x نشده و بازگشته است.

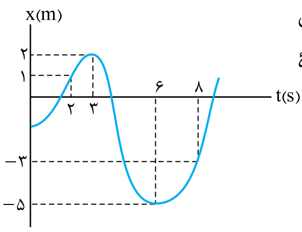
۶ در بازه‌هایی که نمودار صعودی است متحرک در جهت محور x و در بازه‌هایی که نمودار نزولی است متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. مثلاً در نمودار صفحهٔ قبل در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۳$ متحرک در خلاف جهت محور x و در بازهٔ $t_۳$ تا $t_۵$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۷ در نقطه‌های اکسترمم نمودار (قله یا دره‌ها) جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. مثل لحظه‌های $t_۱$، $t_۳$، $t_۵$ و $t_۶$ در نمودار صفحهٔ قبل.

۸ فاصلهٔ نمودار از محور افقی نشان‌دهندهٔ فاصلهٔ متحرک از مبدأ است. به عنوان مثال در نمودار صفحهٔ قبل در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ فاصلهٔ نمودار از محور افقی و در نتیجه فاصلهٔ متحرک از مبدأ در حال افزایش است. همچنین در این نمودار در لحظهٔ $t_۳$ فاصلهٔ نمودار از محور افقی بیشینه است، پس فاصلهٔ متحرک از مبدأ هم در لحظهٔ $t_۳$ بیشینه و برابر $|x_۳|$ است.

تعیین جابه‌جایی و مسافت به کمک نمودار مکان ـ زمان

برای تعیین جابه‌جایی متحرک در یک بازهٔ زمانی به کمک نمودار مکان ـ زمان، کافی است مکان متحرک در انتهای بازه را منهای مکان متحرک در ابتدای بازه کنیم. به عنوان مثال در نمودار شکل روبه‌رو جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۸\,s$ برابر است با:



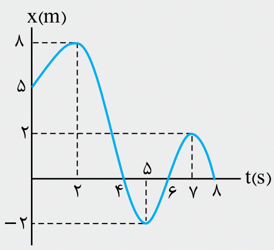
$$\begin{cases} t_۱ = ۲\,s \Rightarrow x_۱ = ۱\,m \\ t_۲ = ۸\,s \Rightarrow x_۲ = -۳\,m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_۲ - x_۱ = (-۳) - ۱ = -۴\,m$$

اما برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده توسط متحرک به کمک نمودار، باید لحظه‌هایی که متحرک تغییر جهت می‌دهند را هم در نظر بگیریم. در نمودار بالا متحرک در لحظه‌های $t = ۳\,s$ و $t = ۶\,s$ تغییر جهت داده است. پس برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده توسط آن در بازهٔ $(۲\,s, ۸\,s)$ باید اندازهٔ جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های $(۲\,s, ۳\,s)$، $(۳\,s, ۶\,s)$ و $(۶\,s, ۸\,s)$ به طور جداگانه حساب کرده و سپس با هم جمع کنیم. یعنی:

$$(۳\,s, ۶\,s)\ \text{بازهٔ}: \Delta x_{۳۶} = (-۵) - ۲ = -۷\,m \Rightarrow |\Delta x_{۳۶}| = ۷\,m \qquad (۲\,s, ۳\,s)\ \text{بازهٔ}: \Delta x_{۲۳} = ۲ - ۱ = ۱\,m \Rightarrow |\Delta x_{۲۳}| = ۱\,m$$

$$\ell_{۲۸} = |\Delta x_{۲۳}| + |\Delta x_{۳۶}| + |\Delta x_{۶۸}| = ۱ + ۷ + ۲ = ۱۰\,m \qquad (۶\,s, ۸\,s)\ \text{بازهٔ}: \Delta x_{۶۸} = (-۳) - (-۵) = ۲\,m \Rightarrow |\Delta x_{۶۸}| = ۲\,m$$

تست **نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است. در لحظهٔ $t_۱$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد و در لحظهٔ $t_۲$ برای دومین مرتبه از مبدأ عبور می‌کند. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ مسافت طی‌شده توسط متحرک چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟**



۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ **گزینهٔ «۲»** گام اول با توجه به نمودار مکان ـ زمان، در لحظهٔ $t_۱ = ۲\,s$ فاصلهٔ متحرک از مبدأ بیشینه است و در لحظهٔ $t_۲ = ۶\,s$ متحرک برای دومین بار از مبدأ عبور کرده است. پس باید اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۶\,s$ به دست آوریم.

گام دوم در لحظه‌های $t_۱ = ۲\,s$ و $t_۲ = ۶\,s$ متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_۱ = ۸\,m$ و $x_۲ = ۰$ قرار دارد. پس اندازهٔ جابه‌جایی آن در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$\Delta x_{۲۶} = x_۲ - x_۱ = ۰ - ۸ = -۸\,m \Rightarrow |\Delta x_{۲۶}| = ۸\,m$$

گام سوم از آن‌جایی که متحرک در لحظهٔ $t = ۵\,s$ تغییر جهت داده است، برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده توسط آن در بازهٔ $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۶\,s$ داریم:

$$(۵\,s, ۶\,s)\ \text{بازهٔ}: \Delta x_{۵۶} = ۰ - (-۲) = ۲\,m \Rightarrow |\Delta x_{۵۶}| = ۲\,m \qquad (۲\,s, ۵\,s)\ \text{بازهٔ}: \Delta x_{۲۵} = (-۲) - ۸ = -۱۰\,m \Rightarrow |\Delta x_{۲۵}| = ۱۰\,m$$

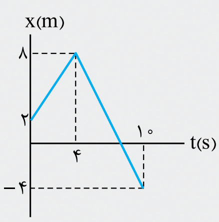
$$\ell_{۲۶} = |\Delta x_{۲۵}| + |\Delta x_{۵۶}| = ۱۰ + ۲ = ۱۲\,m$$

بنابراین نسبت مسافت طی‌شده به اندازهٔ جابه‌جایی برابر است با:

$$\frac{\ell_{۲۶}}{|\Delta x_{۲۶}|} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}$$

نکته گاهی برای تعیین مکان متحرک در بعضی از لحظه‌ها، لازم است از روابط هندسی ساده‌ای مثل قضیهٔ تالس یا تشابه مثلث‌ها استفاده کنیم.

تست **نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند به شکل روبه‌رو است. به ترتیب مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۳\,s$ برحسب متر و لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند برحسب ثانیه کدام است؟**

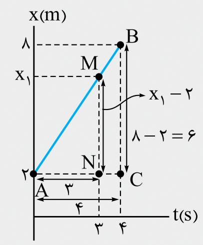


۱) ۶، ۴/۵

۲) ۶، ۶/۵

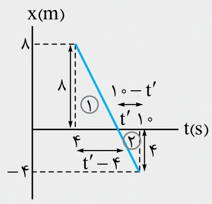
۳) ۸، ۴/۵

۴) ۸، ۶/۵



پاسخ **گزینهٔ «۴»** | **گام اول** | در شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرک را در بازهٔ صفر تا $۴\,s$ رسم کرده‌ایم. مکان متحرک را در لحظهٔ $t_1 = ۳\,s$، $x = x_1$ در نظر می‌گیریم. بنابراین با توجه به قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{x_1 - ۲}{۶} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x_1 - ۲ = ۴/۵ \Rightarrow x_1 = ۶/۵\,m$$



گام دوم | لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور کرده را در نمودار شکل روبه‌رو نشان داده‌ایم (t'). برای محاسبهٔ t' از تشابه دو مثلث (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۸}{۴} = \frac{t'-۴}{۱۰-t'} \Rightarrow ۸۰ - ۸t' = ۴t' - ۱۶ \Rightarrow ۹۶ = ۱۲t' \Rightarrow t' = ۸\,s$$

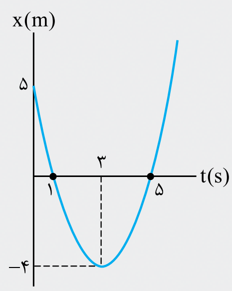
نکته یکی از پرتکرارترین معادله‌های مکان ـ زمان، معادلهٔ $x = At^۲ + Bt + C$ است که معادلهٔ یک سهمی می‌باشد و برای رسم آن از اطلاعات زیر استفاده می‌کنیم:

۱ $t = \frac{-B}{۲A}$ طول رأس سهمی است (به شرط $t \geq ۰$) و با قراردادن آن در معادله، عرض رأس سهمی به دست می‌آید.

۲ با قراردادن $x = ۰$، ریشه‌های معادله به دست می‌آید.

تست **معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۵$ است. مجموع مسافت‌هایی که متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان بوده، چند متر است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹



پاسخ **گزینهٔ «۴»** | **گام اول** | ابتدا نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم. برای این منظور رأس سهمی و ریشه‌های معادله را لازم داریم:

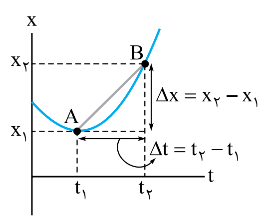
$$t_{\text{رأس}} = -\frac{B}{۲A} = -\frac{-۶}{۲} = +۳\,s, x_{\text{رأس}} = (۳)^۲ - ۶(۳) + ۵ = -۴\,m$$

$$x = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۶t + ۵ = ۰ \Rightarrow (t-۱)(t-۵) = ۰ \Rightarrow t = ۱\,s, t = ۵\,s$$

گام دوم | با توجه به نمودار، متحرک در بازه‌های $(۰,۱\,s)$ و $(۳\,s,۵\,s)$ در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان بوده است. مجموع مسافت‌های طی‌شده در این دو بازه برابر است با: $\ell = |x_{۱\,s} - x_۰| + |x_{۵\,s} - x_{۳\,s}| = |۰-۵| + |۰-(-۴)| = ۹\,m$

درس ۶ سرعت متوسط و تندی متوسط در نمودار مکان ـ زمان

سرعت متوسط در نمودار مکان ـ زمان



همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی برابر است با شیب خط واصل نمودار مکان ـ زمان بین ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی.

بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = $ شیب خط AB

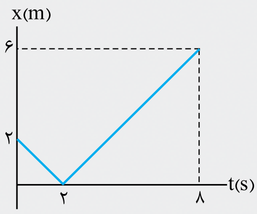
نکته علامت شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان، علامت سرعت متوسط متحرک بین این دو لحظه را نشان می‌دهد. یعنی:

شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان	علامت (جهت) v_{av}
مثبت	مثبت (در جهت محور x)
منفی	منفی (در خلاف جهت محور x)
صفر	صفر

تندی متوسط در نمودار مکان ـ زمان

اگر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را داشته باشیم و بخواهیم تندی متوسط آن را در یک بازهٔ زمانی حساب کنیم، باید ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک (ℓ) را در این بازه به دست آوریم و سپس از رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ استفاده کنیم. تعیین مسافت طی‌شده از روی نمودار مکان ـ زمان را قبلاً یاد گرفته‌ایم.

تست نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند به شکل روبه‌رو است. تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول برابر .... متر بر ثانیه و اندازهٔ سرعت متوسط آن در ۵ ثانیهٔ اول .... از اندازهٔ سرعت متوسط آن در ۶ ثانیهٔ اول است.



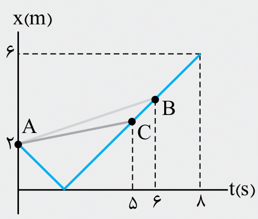
۱) ۰/۵، بیشتر

۲) ۰/۵، کم‌تر

۳) ۱، بیشتر

۴) ۱، کم‌تر

پاسخ **گزینهٔ «۴»** گام اول با توجه به نمودار، در ۸ ثانیهٔ اول متحرک ابتدا ۲ m در خلاف جهت محور x و سپس ۶ m در جهت محور x حرکت کرده است. پس مسافت طی‌شده توسط آن برابر است با $\ell = ۲+۶ = ۸\ m$. در نتیجه برای محاسبهٔ تندی متوسط متحرک داریم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۸}{۸} = ۱\ m/s$$

گام دوم برای مقایسهٔ اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۵ s اول و ۶ s اول، خط واصل بین ابتدا و انتهای بازه‌های (۰,۵ s) و (۰,۶ s) را رسم و شیب آن‌ها را مقایسه می‌کنیم.

$$\text{شیب خط } AB > \text{شیب خط } AC \Rightarrow v_{av(۰,۶s)} > v_{av(۰,۵s)}$$

درس ۷ سرعت لحظه‌ای، تندی لحظه‌ای

تندی لحظه‌ای

به تندی متحرک در هر لحظه از زمان تندی لحظه‌ای می‌گوییم. (در واقع تندی لحظه‌ای در فیزیک همان واژه‌ای است که همهٔ ما در زندگی روزمره به آن «سرعت» می‌گوییم.) تندی‌سنج (کیلومترشمار) یک خودرو تندی لحظه‌ای آن را نشان می‌دهد.

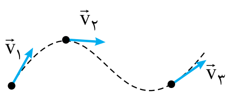
سرعت لحظه‌ای

سرعت لحظه‌ای یک متحرک هم همان سرعت متحرک در هر لحظه (در هر نقطه از مسیر) است. سرعت لحظه‌ای هم مقدار دارد و هم جهت. یعنی برای بیان سرعت لحظه‌ای یک متحرک باید هم اندازهٔ سرعت آن را بگوییم، هم جهت سرعت را.

مثلاً وقتی خودرویی به سمت شمال در حال حرکت است و عقربهٔ تندی‌سنج آن ۵۰ km/h را نشان می‌دهد، داریم: تندی لحظه‌ای: $s = ۵۰\ km/h$

سرعت لحظه‌ای: $v = ۵۰\ km/h$ (به سمت شمال)

نکته بردار سرعت متحرک در هر لحظه، مماس بر مسیر حرکت و هم‌جهت با جهت حرکت است. در شکل روبه‌رو بردار سرعت متحرک در چند نقطه از مسیر نشان داده شده است.



توجه کنید هرگاه واژهٔ سرعت یا تندی به تنهایی استفاده شوند، منظور سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای است.

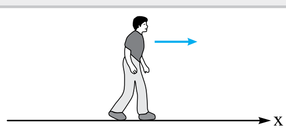
تفاوت سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای سرعت لحظه‌ای کمیتی برداری و تندی لحظه‌ای کمیتی نرده‌ای است. یعنی سرعت جهت دارد، اما تندی خیر. برای گزارش سرعت یک متحرک (برخلاف تندی آن) باید به جهت حرکت آن هم اشاره کنیم.

نکته تندی متحرک همان اندازهٔ بردار سرعت متحرک است.

سرعت متحرک در حرکت در راستای محور x وقتی با متحرکی سروکار داریم که در راستای محور x حرکت می‌کند، برای جهت حرکت (و در نتیجه جهت بردار سرعت متحرک) تنها دو وضعیت امکان‌پذیر است.

۱ در جهت محور x ۲ در خلاف جهت محور x

در این حرکت معمولاً سرعت متحرک را با یک عدد مثبت یا منفی نشان می‌دهیم، به طوری که علامت سرعت نشان‌دهندهٔ جهت حرکت متحرک باشد. یعنی:

علامت سرعت	جهت بردار سرعت (جهت حرکت)	شکل
مثبت $(v > ۰)$	در جهت محور x	
منفی $(v < ۰)$	در خلاف جهت محور x